



**CEPII**

**CENTRE  
D'ÉTUDES PROSPECTIVES  
ET D'INFORMATIONS  
INTERNATIONALES**

No 1997 – 11  
Juin

Estimation du cycle à l'aide d'un modèle  
à tendance stochastique  
et application au Royaume-Uni

---

Laurence Boone

## SOMMAIRE

<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>3</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>4</b>
<b>1. LE FILTRE HODRICK-PRESCOTT.....</b>	<b>7</b>
<b>2. LE MODÈLE À TENDANCE STOCHASTIQUE.....</b>	<b>9</b>
2.1. PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....	9
2.2. LE MTS : UNE GÉNÉRALISATION DU FILTREHP .....	10
2.3. DÉCOMPOSITION D'UNE SÉRIE AVEC LE MTS .....	10
2.4. IDENTIFICATION DU CYCLE.....	11
<b>3. APPLICATION PRATIQUE.....</b>	<b>13</b>
3.1. PROCÉDURE GÉNÉRALE ET CHOCS EXOGÈNES.....	13
3.2. VARIABLES RÉELLES.....	15
3.3. VARIABLES NOMINALES.....	18
3.4. A PROPOS DU RATIO DES HYPERPARAMÈTRES.....	18
<b>4. COMPARAISON DES FAITS STYLISÉS OBTENUS AVEC HP ET LE MTS</b>	<b>19</b>
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>23</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>25</b>
<b>ANNEXE A: FILTRE DE KALMAN.....</b>	<b>27</b>
<b>ANNEXE B: CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES DE LA DÉCOMPOSITION DES VARIABLES.....</b>	<b>28</b>
<b>LISTE DES DOCUMENTS DE TRAVAIL DU CEPII.....</b>	<b>29</b>

## RESUME

Lucas (1977) a institutionnalisé la nécessité d'établir un ensemble de faits stylisés du cycle, c'est-à-dire, un ensemble de traits communs aux pays développés à économie de marché des mouvements économiques. Un tel exercice connaît des difficultés immédiates. Pour construire un ensemble de faits stylisés, les statistiques utilisées sont simplement des estimations de variance et de covariance. Cependant elles n'ont un sens que si l'on suppose que la série étudiée est stationnaire. Or la plupart des grands agrégats macro-économiques (PIB, consommation, investissement, prix ...etc.) ne sont pas stationnaires. Un certain nombre de transformations sont donc proposées par la littérature économétrique, telles que différencier les séries, extraire la tendance...etc. Parmi ces méthodes, la plus populaire est sans conteste le filtre de Hodrick-Prescott. Développée en 1981 pour une application au cycle américain, elle est simple et ne nécessite aucune estimation ni modélisation. Ce filtre a donc été énormément utilisé dans la littérature (Backus et Kehoe 1992, Danthine et Donaldson 1993, Christodoulakis et al. 1995). Cependant, il a fait assez rapidement l'objet de vives critiques (King et Rebelo 1993, Harvey et Jaeger 1993, Cogley et Nason 1995, parmi d'autres) : ainsi son utilisation affecterait de façon significative les propriétés stochastiques des données (la variance et la covariance de la série filtrée perdant tout pouvoir informatif), de façon irrégulière (ce qui prive de sens toute comparaison entre séries) ; les propriétés des séries ainsi filtrées refléteraient beaucoup plus les propriétés du filtre que des données originales.

Dans un papier récent Boone et Hall (1995) proposent une méthode de décomposition des données reposant sur le modèle à tendance stochastique, qui apparaît plus satisfaisant que le filtre de Hodrick-Prescott, tant d'un point de vue analytique que numérique, puisqu'une étude Monte Carlo montre qu'il décompose une série en tendance et en cycle de façon systématiquement plus performante.

Ce papier a vocation méthodologique. La méthode développée par Boone et Hall est présentée et expliquée en comparaison avec le filtre de Hodrick-Prescott. Il est souligné que la stratégie repose sur une véritable modélisation des données ; il n'y a pas de restrictions arbitraires des paramètres mais estimation par le maximum de vraisemblance et vérification statistique de la robustesse de la représentation. De plus, une distinction est faite entre erreurs de mesure et fluctuations de court terme, qui ne pouvait être réalisée avec les méthodes précédentes. Enfin, il est possible de prendre en compte des changements de régime.

Dans ce but, une application de la méthode au Royaume-Uni est explicitée. Les différentes étapes permettant de satisfaire les critères décrits ci-dessus sont détaillées. Il est ainsi possible d'analyser les mouvements du cycle britannique, de distinguer chocs exogènes exceptionnels de fluctuations induites par le fonctionnement même de l'économie. La méthode se révèle être plus qu'une simple sophistication économétrique, puisque elle permet d'obtenir de nouveaux résultats. En particulier, la consommation apparaît plus lisse que le revenu (contrairement aux résultats de recherche précédente, tels que Backus et Kehoe 1992), l'investissement moins volatile après-guerre, les prix contra-

cycliques.

## **SUMMARY**

Stylised facts of the business cycle are at the forefront of economic research, not only to characterise economic fluctuations, but also to provide a benchmark against which measuring new theoretical developments.

There are immediate difficulties with such an exercise : most macroeconomic data (GDP, consumption, investment, prices...etc.) are trended, i.e non stationary. To draw statistical inferences, one needs stationary data. Furthermore, cyclical movements may have a distinct dynamic from long term underlying trends. The litterature offers a number of familiar transformations, including deterministic detrending, stochastic detrending, and differencing. Amongst these methods, the most widely used (Backus and Kehoe 1992, Danthine and Donaldson 1993, Christodoulakis et al. 1995) is certainly the Hodrick- Prescott filter. First presented in 1981 by Hodrick and Prescott, it was used to characterise the US business cycle. It is a ready-to-use formulae, that does not require any estimation nor modelling. However, there has been increasing concern (King and Rebelo 1993, Harvey and Jaeger 1993 or Cogley and Nason 1995) that this filter distorts the data : it affects the second order movements (such as variance and covariance) of the filtered series, in a non-systematic way (thereby preventing any useful comparisons). Overall, the stochastic properties of the filtered series would reflect the characteristics of the filter rather than the stochastic properties of the original data.

In a recent paper, Boone and Hall (1995) present a decomposition method based on the stochastic trend model, which appears more satisfactory, not only from an analytical point of view. An extensive Monte Carlo analysis also shows that it extracts in a significantly better way the underlying trend and cycle of a series.

This paper is meant to be a methodological exercise. The method developed by Boone and Hall is explained and contrasted to the Hodrick Prescott filter. The modelling side of the proposed strategy is emphasised. There is no arbitrary restrictions on the coefficients used in the decomposition process ; rather the parameters are estimated using maximum likelihood, which allows careful diagnostic testing of the representation of the data. Furthermore, the stochastic trend model allows a distinction between the measurement errors and the cyclical fluctuations, which was not possible with the Hodrick- Prescott filter. Finally, regime changes and structural breaks can be taken into account.

This paper presents an application of the method to the case of the United Kingdom. The different steps involved are carefully analysed. It is shown that one can thereby study the British cyclical fluctuations that are endogenous to the economy. The method is shown to be more than another econometric nicety, since it provides new results on stylised facts of the business cycle. More particularly, consumption appears to be smoother than income (which contrasts with previous results, especially those of the Backus and Kehoe seminal

paper); investment appears less volatile in the post war period; prices are shown to be counter cyclical.

*ESTIMATION DU CYCLE A LAIDE D'UN MODELE A TENDANCE STOCHASTIQUE ET APPLICATION AU CAS DU ROYAUME-UNI*

*Laurence Boone<sup>1</sup>*

Dès 1977, Lucas tentait d'établir un ensemble de faits stylisés caractérisant les fluctuations économiques systématiques d'un marché à l'autre. Un grand nombre d'auteurs (Backus et Kehoe, 1992, Danthine et Donaldson, 1993, Fayolle et Mathis, 1993, Hénin et Chateau, 1994, Christodoulakis et al., 1995, Fiorito et Kollintzas, 1994, Allard, 1994) ont tenté d'établir un ensemble de faits stylisés des fluctuations de court terme des pays de l'OCDE en décomposant les séries à l'aide du filtre de Hodrick-Prescott (HP, 1980). L'avantage d'une telle méthode est sa simplicité. Cependant, plusieurs études récentes (King et Rebelo 1993, Harvey and Jaeger, 1993, Cogley et Nason, 1995) montrent que ce filtre a tendance à déformer les propriétés dynamiques des données, et ce de façon non régulière, ce qui empêche toute comparaison entre deux séries filtrées. Or des faits stylisés ne peuvent être informatifs qu'à condition de reproduire fidèlement les propriétés sous-jacentes des données. Un grand nombre de faits stylisés pourrait ainsi être remis en cause. Cependant ces auteurs n'ont proposé aucune méthode alternative, et l'utilisation du filtre HP a perduré faute de mieux.

Dans un papier récent, Boone et Hall (1995a) proposent une méthode alternative, reposant sur le modèle à tendance stochastique (MTS). Elle apparaît analytiquement et numériquement plus rigoureuse, comme le confirment les résultats d'une étude Monte Carlo. De plus, dans Boone et Hall (1995b) des faits stylisés obtenus avec le modèle à tendance stochastique comparés aux faits obtenus avec le filtre Hodrick-Prescott, mettent en évidence de nouveaux résultats sur les caractéristiques du cycle, confirmant l'importance de la méthode.

Ce papier a vocation méthodologique. Il rappelle tout d'abord en quoi une décomposition des séries à partir de l'approche MTS permet une analyse plus rigoureuse des faits stylisés du cycle. Puis il présente l'application de cette méthode aux grands agrégats du Royaume-Uni, soulignant les avantages d'une véritable modélisation des données, et mettant en avant les différences de résultats ainsi obtenus par rapport à la littérature habituelle. En particulier, la consommation apparaît plus stable que le PIB, les prix sont contra-cycliques, et les investissements moins volatiles qu'avant-guerre.

---

<sup>1</sup> Je remercie vivement Professeur S.G.Hall, Jean Pisani-Ferry, Benoît Mojon, Philippe Martin, les participants à un séminaire interne du Graduate Institute of International Studies à Genève, au séminaire interne de la London Business School et au colloque de l'EEA 1996 de discussions fructueuses. Les erreurs restantes sont les miennes.

## 1. LE FILTRE HODRICK-PRESCOTT

Le filtre HP décompose une série temporelle en deux éléments : une tendance de long terme ( $y_t^p$ ), non stationnaire, et des fluctuations de court terme ( $y_t^c$ ), stationnaires :

$$y_t = y_t^p + y_t^c$$

L'idée sous-jacente au filtre HP est la suivante. En moyenne, sur le long terme, les fluctuations cycliques devraient être nulles. De plus, la tendance de long terme de la série doit refléter un taux de croissance fluctuant peu. Ainsi, le filtre HP correspond au programme mathématique suivant:

$$\text{Min}_{\{y_t^p\}} \sum_t \left[ (y_t - y_t^p)^2 + \lambda (\Delta^2 y_t^p)^2 \right] \quad (1)$$

où  $\lambda$  est la constante de lissage. Plus sa valeur est élevée, plus la tendance de long terme sera lisse (le cas extrême étant celui d'une tendance déterministe).

Hodrick et Prescott montrent que le programme de minimisation peut être réécrit

$$\text{Min}_{\{y_t^p\}} \left[ \sigma_1^{-2} \sum_t (y_t - y_t^p)^2 + \sigma_2^{-2} \sum_t (\Delta^2 y_t^p)^2 \right] \quad (2)$$

$$\text{où } \lambda = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

et  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  mesurent l'écart type de, respectivement, la tendance  $y_t^p$  et des fluctuations  $y_t^c$ .

Ainsi la constante de lissage représente le partage des fluctuations entre tendance de long terme et fluctuations de court terme. Hodrick et Prescott fixent cette constante à 1600 pour des séries trimestrielles<sup>2</sup>.

Résoudre ce programme de minimisation donne la série filtrée suivante<sup>3</sup>:

<sup>2</sup> Hodrick et Prescott expliquent le choix de cette valeur de la façon suivante. Le cycle américain peut raisonnablement présenter des variations de l'ordre de 5% par trimestre. Par contre, la tendance de long terme ne devrait pas fluctuer de plus de 1/8ème de point sur la même période.

Le rapport des deux  $\lambda = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = [5\% / (1/8\%)]^2$  donne 1600.

<sup>3</sup> Le détail de ces calculs peut être trouvé dans Boone (1995).

$$y_t^{\text{HP}} = \left[ \frac{\lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2}{1+(1-L)^2(1-L^{-1})^2} \right] y_t \quad (3)$$

Le filtre HP peut donc rendre stationnaire des séries potentiellement intégrées jusqu'à l'ordre 4 (voir King et Rebelo 1993). La plupart des séries économiques étant rarement d'un ordre d'intégration supérieur à 2, le filtre HP a ainsi tendance à surdifférencier les séries, ce qui affecte les statistiques de second ordre (variance, covariance).

L'étude du filtre dans le domaine des fréquences permet de rendre compte de son effet sur la caractérisation des propriétés cycliques d'une série. Le passage dans le domaine des fréquences se fait en écrivant le transformé de Fourier de la série filtrée, qui est obtenu en remplaçant le retard  $L$  par  $\exp(i\omega)$  dans la fonction d'autocovariance de la série filtrée:

$$y_{\text{hp}}^f(\omega) = \frac{4\lambda[1 - \cos(\omega)]^2}{1 + 4\lambda[1 - \cos(\omega)]^2} \cdot y_t \quad (4)$$

où  $\omega$  représente la fréquence et  $\omega \in [0, \pi]$ . Les fréquences élevées sont caractéristiques des fluctuations de court terme ; les fréquences basses des évolutions lentes sur le long terme.

Cette formulation (4) permet de souligner plusieurs caractéristiques de l'effet du filtre HP :

1. Lorsque  $\omega = 0$ , le gain<sup>4</sup> de la série est nul, mais lorsque  $\omega$  tend vers  $\pi$ , le gain atteint une valeur maximale de 1. Par ailleurs, plus  $\lambda$  est grand, plus le gain se rapproche de 1 et la fonction de gain se déplace vers le haut. Intuitivement, cela implique une tendance à surestimer les fréquences hautes des données (donc du cycle), tout en sous-estimant les fréquences basses (celles du trend), pouvant aller jusqu'à créer des pics spectraux qui n'existaient pas dans les données originales. Ainsi, les propriétés d'une série filtrée avec la méthode HP ont plus tendance à refléter les propriétés du filtre que de la série elle-même.

2. Ce type de filtres est construit pour des échantillons infinis. Sur séries finies, il va donc agir comme un filtre variable avec le temps (cf. Wickens, 1995). Intuitivement, une partie du trend peut être incorporé dans la construction du cycle, ou une partie du cycle demeurer dans le trend après le filtrage. En effet, il n'y a pas d'estimation mais découpage arbitraire (via  $\lambda$ ) entre tendance et cycle sans tenir compte des caractéristiques de la série.

---

<sup>4</sup> Les modifications d'une série filtrée sont caractérisées dans le domaine spectral par le gain et la phase. Le gain est le facteur par lequel l'amplitude d'un élément cyclique est intensifié ou diminué. La phase mesure le déplacement de la série induite par le filtrage. Le filtre HP étant symétrique, cette dernière est nulle.

3. Enfin, le découpage de la série ne tient pas compte des erreurs de mesure et la méthode ne permet pas de distinguer les fluctuations de court terme ayant un sens économique (le cycle) des erreurs de mesure (bruit blanc sans interprétation économique), puisque les deux ont des fréquences élevées. Or le filtre HP distingue les fréquences basses des fréquences élevées, mais ne fait pas de distinction entre les fréquences élevées.

Nous allons maintenant montrer comment le modèle MTS permet d'appréhender ces critiques.

## 2. LE MODELE A TENDANCE STOCHASTIQUE

Dans cette section, on présente le modèle à tendance stochastique en insistant sur les points suivants. La décomposition des séries à l'aide du MTS repose sur la modélisation des séries, produisant un estimateur plus fiable, parce que testable, du cycle. Il distingue également les trois éléments d'une série temporelle : tendance, cycle et bruit blanc. Finalement, le MTS est un processus plus général que le filtre HP. Il est ainsi possible de montrer que ce dernier n'est qu'une version arbitrairement contrainte du MTS.

### 2.1. Présentation générale

Soit une représentation espace-état générale univariée du MTS:

Equation de mesure :

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + e_t \\ e_t &\sim \text{NID}(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (5)$$

où  $y_t$  est la variable observée (par exemple, le log du PIB) et  $e_t$  un processus bruit blanc représentant des erreurs de mesure.  $\mu_t$  est la variable filtrée des erreurs de mesure et qui évolue selon un processus décrit dans l'équation de transition ci-dessous

$$\begin{aligned} \mu_t &= \phi_1 \mu_{t-1} + \phi_2 g_{t-1} + v_{1t} \\ g_t &= \phi_3 g_{t-1} + v_{2t} \end{aligned} \quad (6)$$

où  $\mu_t$  et  $g_t$  sont deux variables d'état, inobservées,  $v_{it} \stackrel{5}{\sim} \text{NID}(0, \sigma_i^2)$  et les erreurs sont non corrélées<sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Notons que les  $\sigma_i^2$  de cette représentation diffèrent du  $\sigma^2$  de la présentation du filtre HP en section 1.

<sup>6</sup> Plus intuitivement ce modèle a la représentation ARIMA suivante:

$$y_t = (\phi_1 + \phi_3)y_{t-1} - \phi_1\phi_3 y_{t-2} + \text{erreurs} \quad (7)$$

Le MTS présente de considérables avantages : i) tous les paramètres des équations (5-6) peuvent être estimés avec le maximum de vraisemblance suivant la méthode du filtre de Kalman (cf Annexe A) ; ii) il permet une identification plus rigoureuse des différents éléments d'une série, comme nous le montrons ci-dessous.

## 2.2. Le MTS : une généralisation du filtre HP

Cette section montre que les filtres usuels *ad hoc* sont des versions restreintes du MTS. A partir de la représentation espace état (5)-(6), il est montré comment des restrictions sur les paramètres du MTS permettent de reproduire les filtres habituellement utilisés dans la littérature (on ne présente pas ici les étapes à suivre entre la représentation restreinte et générale, mais le lecteur peut se référer à Boone et Hall, 1995a, pour plus de détails).

Rappelons que les propriétés du MTS dépendent de deux ensembles de paramètres

- les variances des erreurs (ou hyperparamètres)
- les coefficients  $\beta$ , et  $\phi_i$  ( $i=1,2,3$ ).

Le tableau suivante résume les contraintes nécessaires à poser sur le MTS pour reproduire des filtres «ad hoc » tel que le filtre HP.

**Tableau 1: 4 situations possibles résultant de contraintes sur les hyperparamètres du MTS**

	$\sigma_1^2=0$	$\sigma_1^2\neq 0$
$\sigma_2^2=0$	$y_t = k + \beta t + e_t$ tendance déterministe	$\mu_t = k + \phi_1 \mu_{t-1} + v_{1t}$ processus stationnaire si $\phi_1 < 1$
$\sigma_2^2\neq 0$	$\mu_t = \phi_1 \mu_{t-1} + \phi_2 g_{t-1}$ $g_t = \phi_3 g_{t-1} + v_{2t}$ processus variant avec le ratio $\sigma^2/\sigma_2^2$ , ex : filtre HP	processus variant avec les ratios $\sigma_1^2/\sigma_2^2$ et $\sigma^2/\sigma_1^2$ Ex : filtre de lissage exponentiel de Brown, Holt-Winter ou MTS

## 2.3. Décomposition d'une série avec le MTS

L'approche utilisée par Hodrick et Prescott décompose une série en deux éléments

$$y_t = y_t^p + y_t^c \quad (8)$$

Par exemple, si la somme de  $\phi_1$  et  $\phi_3$  est supérieure à 1, et le produit inférieur à 1, ce processus ARIMA est caractéristique d'une série présentant des mouvements de fluctuations autour d'une tendance croissante.

comme définis en section 1. La tendance de long terme,  $y_t^p$ , est la série filtrée ; le cycle est donc défini comme « tout ce qui n'est pas la tendance de long terme ». Ainsi, sous le terme cycle sont en fait regroupés cycles et erreurs de mesure

Comparer cette procédure de décomposition à la représentation espace-état (5)-(6) permet de comprendre intuitivement l'erreur de spécification induite par l'approche HP. En effet, une telle opération donne:

$$y_t - \mathbf{m}_t = e_t \quad (9)$$

La différence entre la série observée et la série filtrée n'est donc rien d'autre que les erreurs de mesure : cette différence n'a aucun sens économique. Ceci suggère que si le filtre est correctement spécifié, il figure toujours dans la série filtrée,  $\mu_t$ . Des hypothèses supplémentaires sont donc nécessaires pour identifier le cycle.

#### 2.4. Identification du cycle

Deux démarches permettent l'identification unique du cycle et du trend. La première consiste à poser le problème dans le cadre d'un système multivarié (qui contiendrait une tendance commune). La seconde demande de formuler une hypothèse supplémentaire sur la forme fonctionnelle du cycle ou de la tendance.

Dans ce papier, le problème est approché suivant la littérature théorique du *Real business cycle*. Celle-ci n'impose pas de forme à la tendance de long terme (une littérature débat des différentes formes possibles), et définit le cycle comme la différence entre le trend et la variable observée. C'est la démarche que nous proposons.

La procédure MTS peut donc se résumer ainsi<sup>8</sup> :

1. L'estimation de la représentation espace-état (5-6) à l'aide du filtre de Kalman fournit des estimateurs optimaux des paramètres  $\mu_t$ ,  $g_t$ ,  $e_t$ ,  $v_t$  et de  $\sigma_t$ .

2. La forme fonctionnelle de la tendance de long terme est définie telle que

$$\bar{g}_t = f(g_t) \quad (10)$$

$f$  caractérisant la forme de la tendance (déterministe, stochastique, moyenne mobile...).

<sup>7</sup> Harvey (1985), Harvey et Jaeger (1993) font l'hypothèse que le cycle est une somme de vagues sinus et cosinus. Cependant, le cycle d'affaire ne semble pas être caractérisé par une forme géométrique aussi stricte.

<sup>8</sup> Cette procédure est détaillée et justifiée dans Boone et Hall (1995).

3. On peut ensuite identifier la tendance sous-jacente de long terme, donnée par

$$T_t = T_{t-1} + \bar{g}_t + v_{1t} \quad (11)$$

où  $T_0$  est donné.

4. Le cycle est alors simplement la différence entre la série filtrée et la tendance de long terme (excluant les erreurs de mesure):

$$c_t = \mu_t - T_t \quad (12)$$

où  $\mu_t$  est la série filtrée estimée par le filtre de Kalman.

La décomposition suivant cette méthode apparaît d'ores et déjà plus en ligne avec la littérature des séries temporelles : elle distingue bruit blanc de fluctuations cycliques et est plus générale (au sens de la LSE) que le filtre HP. Elle est également plus rigoureuse puisque l'estimation avec le filtre de Kalman permet de tester la validité de la représentation, la significativité des paramètres et d'éventuelles restrictions sur les coefficients.

La question qui s'impose alors naturellement est la suivante : comparativement au filtre HP, observe-t-on des différences numériques significatives lors de l'estimation du trend et du cycle d'une série ? Pour tenter de répondre à cette question, une étude Monte-Carlo a été conduite (Boone et Hall, 1995a) sur 500 séries avec des tendances sous-jacentes pouvant inclure des changements de régime. La décomposition de ces séries a été réalisée en utilisant le MTS, le filtre HP et le lissage exponentiel de Brown (1969).

Ci-dessous, nous présentons les résultats pour le filtre HP et le MTS. La série décomposée comprend une tendance déterministe<sup>9</sup> (pour d'autres formes de la tendance, cf. Boone et Hall, 1995a), des fluctuations cycliques et du bruit. Quelque soit la taille de l'échantillon considéré, la décomposition avec le MTS présente des erreurs (par rapport au cycle et à la tendance du processus générateur des données originales) significativement plus petites qu'avec le filtre HP.

---

<sup>9</sup> Le processus générateur de données,  $d_t$ , est :

$$d_t = c_t + \beta t + e_{1t}$$

avec  $c_t = \cos \omega t + \sin \omega t$  le cycle,  $t$  un trend temporel et  $e_{1t}$  un processus stochastique. Il faut noter que la tendance déterministique est la plus défavorable au MTS, qui est *a priori* destiné à l'estimation de modèle stochastique. Avec une autre forme pour le trend, on obtiendrait donc des résultats plus favorables au MTS.

**Tableau 2.1: Moyenne du carré des erreurs d'estimation du trend**

Méthode	N = 25	N = 50	N = 100	N = 200
MTS (S.D)	0,6835 (1,681)	0,5267 (0,309)	0,2259 (0,148)	0,3185 (0,213)
HP	1,9306	2,5367	1,9306	1,5990

Note : N est la taille de l'échantillon, S.D est l'écart-type des erreurs estimées.

**Tableau 2.2: Moyenne du carré des erreurs d'estimation du cycle**

Méthode	N = 25	N = 50	N = 100	N = 200
MTS (S.D)	0,7740 (1,550)	0,6546 (0,303)	0,3716 (0,158)	0,4627 (0,216)
HP	5,5511	2,9440	2,1487	2,0329

Note : N est la taille de l'échantillon, S.D est l'écart-type des erreurs estimées.

Les erreurs apparaissent donc systématiquement plus importantes avec le filtre HP, quelque soit la taille de l'échantillon considéré. Ces résultats soulignent la nécessité de revoir avec le MTS les faits stylisés établis à l'aide du filtre HP.

### 3. APPLICATION PRATIQUE

Dans cette section, nous présentons l'application de cette méthode aux agrégats du Royaume-Uni, en insistant sur la méthodologie. Les séries de données sont celles de Backus et Kehoe (1992)<sup>10</sup>, qui établissent un ensemble de faits stylisés du cycle à l'aide du filtre HP. La comparaison est donc immédiate et indépendante des données. Cela permet de mettre en évidence les avantages dérivant de l'utilisation d'une stratégie de modélisation, tels que prise en compte des changements de régime, des chocs exogènes et autres perturbations structurelles. Les différences entre coefficients estimés et ceux imposés par le filtre HP sont soulignées. Enfin, on met en évidence d'importantes différences, d'un point de vue plus économique, entre les faits stylisés qui sont obtenus avec les deux méthodes.

#### 3.1. Procédure générale et chocs exogènes

Le principe général du MTS repose sur une approche en deux temps. Premièrement, les variables d'état et les hyperparamètres ( $\mu$ ,  $g$ ,  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$ ,  $\sigma^2$ ) sont estimés avec le filtre de

<sup>10</sup> Les données utilisées dans cet article ont été fournies par Backus et Kehoe, et sont celles utilisées dans leur article « International Evidence on the Historical Properties of the Business Cycle » (AER1992). Ces données contiennent des séries de PIB, consommation, investissement, dépenses publiques, exports nets et prix pour la période 1870-1986, et une série de monnaie sur la période 1871-1975. Pour une description plus profonde de la construction de ces séries, le lecteur est renvoyé à l'Annexe A de l'article de Backus et Kehoe.

Kalman (cf Annexe A). Dans un deuxième temps, la série est décomposée.

Lors de l'étape d'estimation, un certain nombre d'interventions sont possibles. Pour bien les comprendre, réécrivons les représentation espace-état du modèle MTS ainsi

Equation de mesure :

$$y_t = \mu_t + \beta D_t + e_t \quad (13)$$

Equations de transition :

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mu_{t-1} + \gamma D_t + g_{t-1} + v_{1t} \\ g_t &= g_{t-1} + v_{2t} \end{aligned} \quad (14)$$

avec :

1.  $D_t$  un vecteur de variables muettes exogènes:

2. les termes erreurs  $e_t$ ,  $v_{1t}$  et  $v_{2t}$  sont non corrélés,  $\text{var}(e_t) = \sigma^2 = 1$  par souci de normalisation<sup>11</sup>

$$\text{et : } \text{var}(v_t) = \text{var} \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 + d_t & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 + d_t \end{pmatrix} \quad (15)$$

et  $d_t$  représente des variables muettes potentielles.

3.  $\beta$  et  $\gamma$  sont des paramètres à estimer.

Les différentes interventions ont l'interprétation suivante:

- la (les) variable(s) muette(s), ( $D_t$ ), dans l'équation de mesure ou la première équation de transition reflète(nt) un éloignement temporaire de la série de la tendance sous-jacente, mais qui n'affecte pas le taux de croissance de cette tendance, ni son niveau.

- la (les) variable(s) muette(s) dans la variance de la première équation de transition ( $d_t$ ) permet(tent) à la tendance sous-jacente de passer d'un niveau à l'autre sans que le taux de croissance ne soit affecté. Aux points concernés, une constante non nulle est ajoutée à l'hyperparamètre  $\sigma_1^2$  lors de la procédure de maximisation (à tous les autres points de l'échantillon, cette constante prend une valeur nulle).

- la (les) variable(s) muette(s) dans la variance de la deuxième équation de transition

---

<sup>11</sup> Ceci permet d'utiliser une fonction de vraisemblance concentrée lors de l'estimation du modèle, réduisant de un le nombre de paramètres à estimer.

permet(tent) d'ajuster pour des points aberrants du taux de croissance. Ce cas est traité de la même façon que le précédent.

- un changement de régime qui se traduit par une évolution différente du trend de long terme sera modélisé à l'aide d'hypothèses variées sur le taux de croissance  $\bar{g}_t$  lors du choix de la forme fonctionnelle de la tendance de long terme.

Pour conclure, soulignons que la présence de variables muettes dans l'équation de mesure ou transition est indépendante de la présence de variables muettes dans les variances, puisqu'elles ne correspondent pas aux mêmes phénomènes.

### 3.2. Variables réelles

Une première estimation à l'aide du filtre de Kalman de la représentation (13) ci-dessus est réalisée, suivie d'une décomposition avec l'hypothèse d'un taux de croissance constant.

Les valeurs estimées des hyperparamètres apparaissent anormales et une analyse des erreurs de la première équation de transition confirme ces doutes : les erreurs sont excessivement élevées à la fin des deux guerres mondiales, suite à un changement dans le niveau du trend de la série. Des variables muettes sont donc incluses dans la variance de la première équation de transition prenant une valeur non nulle à ces points du temps où les hyperparamètres sont trop élevés.

La qualité des tests de diagnostic statistique est nettement améliorée comme on peut le voir dans le tableau 3:

**Tableau 3: Test Béra-Jarque de normalité des résidus des variables réelles**

	Sans variable muette dans la variance	Avec variable muette dans la variance
PIB	31,0	9,0
Consommation	18,84	4,72
Investissement	84,7	41,7
Dépenses publiques	315,2	1,35

Cependant ce tableau démontre qu'il existe toujours un problème statistique pour l'estimation de la série d'investissement. Il peut être lié à deux raisons

- des valeurs aberrantes au moment des guerres mondiales
- un ou des changement de régimes à la suite de crises ou de ces guerres.

Des variables muettes ont donc été incluses dans l'équation de mesure (13-14) pendant la guerre, et des changements de régime sont pris en compte à la fin des deux

guerres. La statistique Béra-Jarque est alors réduite de façon significative, ce qui nous permet de ne plus rejeter l'hypothèse nulle de normalité.

Enfin, l'hypothèse d'un taux de croissance constant est aussi modifiée pour prendre en compte des changements de régime pour le produit et la consommation, à la suite des deux guerres mondiales, ce qui améliore significativement la décomposition.

Les graphiques ci-dessous représentent les variables réelles telles qu'observées (figure 1), et l'élément cyclique correspondant (figure 2).

**Figure 1. Variables réelles au Royaume-Uni (1870-1983)**

—— PIB                      — — Investissements                      - - - - - Dépenses publiques

**Figure 2. Cycles au Royaume-Uni (1875-1986)**

—— Dépenses publiques      — — PIB      ----- Investissements

Le cycle d'affaires du produit est caractérisé par quatre creux (fin de la première guerre mondiale, 1930, après la seconde guerre mondiale, et début des années 80), et quatre pics (1900, avant la première et la seconde guerre mondiales et 1973-75). Ces cycles apparaissent moins importants et plus réguliers dans la période d'avant guerre que dans les autres périodes. Les fluctuations de la consommation présentent un profil cyclique similaire, mais d'une manière plus régulière et plus lisse. Elles ne semblent varier que peu d'une période à l'autre.

L'investissement apparaît plus erratique, et il est difficile de distinguer entre changement de régime et fluctuations de court terme.

Les cycles des dépenses gouvernementales sont peu différents de ceux des autres variables réelles, et semblent plus réguliers et moins amples après-guerre.

### **3.3. Variables nominales**

**Figure 3. Variables nominales au Royaume-Uni (1970-1983)**

—— Monnaie                      — — Prix

Elles présentent une image très différente (cf figure 3 ci-dessus) faisant apparaître plus de changements de régime.

L'estimation du stock de monnaie avec le filtre de Kalman converge rapidement avec des valeurs raisonnables pour les hyperparamètres. Cependant la valeur excessive du test Béra-Jarque souligne l'existence possible de points aberrants. L'introduction d'une variable muette dans la première équation de transition durant les guerres mondiales et au moment des chocs pétroliers améliore nettement les estimations. Finalement, la décomposition en tendance de long terme et cycle apparaît satisfaisante après prise en compte du changement de régime entre les deux guerres.

En ce qui concerne le niveau des prix, une fois les effets des guerres mondiales pris en compte, on obtient une décomposition de la série également satisfaisante.

### **3.4. A propos du ratio des hyperparamètres.**

Un résumé technique de la décomposition de chacune des variables en tendance et en cycle est présenté en Annexe C. Nous comparons ci-dessous la valeur de la constante de lissage du filtre HP estimé par le filtre de Kalman (càd  $\lambda = \frac{\sigma_2^2}{\sigma^2}$  où  $\sigma^2$  est la variance de

l'erreur de mesure et  $\sigma^2_2$  celle de l'erreur de la seconde équation de transition) et celle imposée par Backus et Kehoe ( $\lambda=1600$ ). Nous comparons également l'autre restriction ( $\sigma^2_1=0$ ) qui, ajoutée à la première, permet de reproduire le filtre HP à partir du MTS.

**Tableau 4: Valeurs estimées par le MTS des coefficients restreints dans le filtre HP**

Restriction	GDP	Conso	Investisst	Dépenses publiques	Prix	Monnaie
$\sigma^2_1$	4931	2681	400	0,589	22518	35449
$\lambda$	10036	3624	6,6E5	90	9407	7,9E6

Le tableau 4 montre que les restrictions imposées arbitrairement par le filtre HP ne sont pas vérifiées empiriquement au Royaume-Uni. Cela souligne l'importance d'estimer ce ratio plutôt que de l'imposer, ou du moins la nécessité de tester ce type de restrictions

#### 4. COMPARAISON DES FAITS STYLISES OBTENUS AVEHP ET LE MTS

Les statistiques de résultat sont les suivantes. La variance du PIB mesure sa variabilité ou volatilité absolue. Le ratio de la variance d'un agrégat à celle du PIB permet de mesurer la variabilité ou volatilité relative de cet agrégat par rapport à celle du PIB. La corrélation de chaque agrégat avec le PIB donne des informations sur la cyclicité de la série. Une série est en phase (opposition de phase) avec une autre si le coefficient de corrélation contemporain entre les deux séries est positif (négatif). Une coefficient de corrélation est significatif pour un échantillon  $N>100$ , au seuil de 5%, s'il est supérieur à 0.2.

**Tableau 5: Propriétés dynamiques des fluctuations du PIB**

	Ecart-type (%)			Comparaison avec l'avant-guerre	
	1870-1914	1920-1939	1950-1983	1920-1939	1950-1983
PIB					
MTS	0,077	0,20	0,12	0,64	1,67
HP	n/a	n/a	n/a	1,3	2,1

Note : HP dénote les résultats obtenus par Bakus et Kehoe avec le filtre HP sur les même séries.

**Tableau 6: Propriétés dynamiques des cycles des éléments du PIB**

	Ecart type			Corrélations croisées avec le produit		
	1870 – 1914	1920 – 1939	1950 – 1983	1870 – 1914	1920 – 1939	1950 – 1983
Consommation						
MTS	0,52	0,49	0,61	0,60	0,67	0,9
HP	0,6	0,6	1,3	0,4	0,9	0,8
Investissement						
MTS	83,64	8,24	2,15	0,51	0,38	0,77
HP	4,3	2,3	2,6	0,4	0,6	0,9
Dép. publiques						
MTS	15,47	14,78	1,98	0,21	-0,06	-0,22
HP	4,3	8,7	2,0	0,0	0,0	
Exportations						
MTS	n/a	n/a	n/a	-0,15	-0,48	0,15
HP				0,24	0,19	0,43
Prix						
MTS	0,28	1,99	1,52	0,041	0,173	-0,8
HP	2,43	4,94	4,96	0,26	0,2	-0,5
Stock monétaire						
MTS	0,23	0,14	0,66	0,42	0,06	0,8
HP	2,82	2,85	5,1	0,27	-0,2	0,15

Note : HP dénote les résultats obtenus par Bakus et Kehoe avec le filtre HP sur les même séries.

**Tableau 7: Corrélations croisées du stock monétaire avec les prix**

	<b>1870-1914</b>	<b>1920-1939</b>	<b>1950-1983</b>
<b>MTS</b>	0,041	0,173	-0,8
<b>HP</b>	0,26	0,2	-0,5

Note : HP dénote les résultats obtenus par Bakus et Kehoe avec le filtre HP sur les même séries.

La première observation est que la différence de résultats entre les filtres HP et MTS n'est pas régulière ; avec le filtre HP les fluctuations apparaissent amplifiées ou diminuées par rapport au MTS, selon les périodes et les variables (un résultat également mis en évidence par King et Rebelo, 1993).

Dans leur étude, Backus et Kehoe mettent en évidence des fluctuations du produit plus importantes après la seconde guerre mondiale qu'avant la première. L'approche MTS (tableau 5) contraste avec ce résultat et met en évidence une plus grande stabilité dans la période avant-guerre. Les différences méthodologiques des deux approches expliquent sans doute ce résultat. En effet, la procédure MTS permet de prendre en compte des cassures de la tendance ou des changements de régime dues à des événements exogènes tels que les guerres ou la crise de 1929. En revanche, le filtre HP ne peut absolument pas traiter ce genre de problèmes, sa formule étant standard pour toutes les séries. Les changements structurels vont être lissés et une partie se retrouvera dans la tendance de long terme alors qu'une autre partie figurera dans les fluctuations de court terme (qui sont donc d'autant amplifiées par rapport aux cycles obtenus avec le MTS).

D'autre part, la littérature est assez divisée au sujet des fluctuations relatives du PIB. Alors que Lucas (1977), Tobin (1980) et Taylor (1986) constatent que la volatilité du produit a été beaucoup réduite après-guerre, Romer (1983, 1986) attribue ceci à de plus importantes erreurs de mesure avant guerre. Alors que le MTS permet d'isoler les erreurs de mesure, le filtre HP ne le peut pas, ce qui pourrait expliquer ces différences de résultats.

Les fluctuations de la consommation (tableau 6) apparaissent moins élevées avec le MTS qu'avec le filtre HP, surtout après-guerre. Alors que Backus et Kehoe concluent que la consommation est plus volatile que le produit, les résultats obtenus avec le MTS sont bien plus intuitifs puisque, en accord avec l'hypothèse du cycle de vie et la théorie du revenu permanent, ils montrent que la consommation est plus lisse que le produit, et présente une corrélation positive significative avec celui-ci (notons que ce fait n'est pas caractéristique de la Grande-Bretagne puisque, dans Boone et Hall 1995b, on le retrouve pour plusieurs autres pays).

L'investissement apparaît anormalement plus volatile que le produit (tableau 6), bien que nettement moins après-guerre, et présente une corrélation positive. Cependant le chiffre très élevé reporté pour la période avant-guerre reflète la différence de volatilité dans les variables observées comme le montre la figure 4 ci-dessous.

**Figure 4. PIB et investissement au Royaume-Uni (1870-1914)**

— Investissement      — — PIB

Avant guerre, l'investissement fluctue beaucoup plus que le PIB, avec une amplitude qui semble excessivement élevée. Le produit apparaît comme la tendance sous-jacente de long terme de l'investissement. De plus, aucun changement de régime n'apparaît clairement avant guerre pour ces deux variables. Les larges fluctuations qui sont évidentes sur cette figure sont donc bien des fluctuations de court terme, ce qui explique le chiffre très élevé du tableau 6.

La procyclicalité de l'investissement et de la consommation (tableau 6) est assez intuitive. Un choc positif temporaire sur l'économie a deux effets : un effet de revenu, incitant à consommer plus et travailler moins dans les périodes présentes et futures ; puis un effet de substitution qui augmente la consommation dans toutes les périodes, mais incite à travailler plus la période courante et moins dans les périodes futures. Ces deux effets nécessitent un accroissement de l'épargne et de l'investissement pour créer le capital supplémentaire qui permettra de produire plus et donc de consommer plus dans le future.

Le tableau 6 montre que les dépenses gouvernementales au Royaume-Uni sont plus volatiles que le produit sur toutes les périodes, bien que relativement moins en dernière période, quelque soit la méthode utilisée. De plus, sur aucune période la corrélation des dépenses publiques avec le PIB n'apparaît significative.

Les coefficients de corrélation entre le cycle de la balance commerciale et du PIB

sont à peine significatifs avant et après guerre avec le MTS (un peu plus avec HP). De plus, le signe diffère. La relation négative apparaît plus intuitive : en période d'expansion, la demande s'accroît et les importations suivent. Mais une relation positive peut être expliquée par l'afflux de capitaux entrant le pays à la suite d'un choc positif, pour financer les investissements nouveaux nécessaires à une croissance supplémentaire.

D'après le tableau 6, le niveau des prix est bien plus volatile avec le filtre HP qu'avec la méthode MTS. De plus, les coefficients de corrélation sont assez différents.

Dans les deux cas, les prix sont plus volatiles après-guerre qu'avant guerre, et contre cycliques après guerre (alors qu'il n'y a pas de corrélation significative avant guerre avec le MTS, et légère avec le filtre HP). Ce résultat est intéressant si l'on considère le passé plutôt inflationniste du Royaume-Uni. La contrecyclicité des prix est une hypothèse soulevée de nombreuses fois dans la littérature (Danthine et Donaldson, 1993, Cooley et Ohanian, 1991, Fiorito et Kollintzas, 1994, Christodoulakis et al., 1995). Elle correspond à des chocs technologiques faisant varier l'offre agrégée du produit le long d'une demande agrégée dont la pente ascendante est relativement stable.

Finalement, le tableau 6 met en évidence une volatilité relative de la monnaie par rapport au PIB bien plus importante avec le MTS qu'avec le filtre HP. La corrélation entre monnaie et PIB est très forte après-guerre avec le MTS alors qu'elle n'est pas significative avec le filtre HP. Ceci reflète assez bien le suivi de l'évolution de la masse monétaire réalisé par la banque centrale britannique.

## CONCLUSION

Ce papier tente de répondre à plusieurs questions. Tout d'abord une question méthodologique avec une courte analyse du filtre Hodrick-Prescott. Il a été montré que le MTS permet de répondre à un certain nombre de critiques formulées à l'encontre du filtre HP. Premièrement, il permet d'estimer les paramètres conditionnant l'importance de la tendance de long terme par rapport aux fluctuations de court terme, plutôt que de la fixer à priori comme le font les filtres *ad hoc*. De plus, la méthode MTS englobe ces autres méthodes et permet une décomposition plus sophistiquée de la série en tendance et en cycle.

Ensuite, on a démontré que les procédures traditionnelles de décomposition sur laquelle reposent les filtres à moyenne mobile reviennent essentiellement à confondre cycle et erreurs de mesure, ne présentant des résultats censés que par le truchement d'une mauvaise spécification du modèle séparant arbitrairement *trend* et cycle.

Par contraste, le MTS identifie les erreurs de mesure explicitement et permet aux paramètres clés d'être estimés et testés par le maximum de vraisemblance. Enfin, en émettant une hypothèse sur la nature de la tendance sous-jacente, on peut distinguer entre cycle et tendance plus précisément qu'avec les autres méthodes.

Une application de cette méthode aux agrégats du Royaume-Uni a ensuite été proposée. On a expliqué comment prendre en compte les changements de régime, points aberrants et autres événements exogènes. On a également souligné la flexibilité de la méthode qui requiert une modélisation soignée des variables, où les restrictions sont statistiquement testées, par opposition aux filtres *ad hoc* qui appliquent une formule standard à toutes les séries. La comparaison est claire : les valeurs imposées par le filtre HP diffèrent fortement des estimations du maximum de vraisemblance.

Les faits stylisés obtenus avec le MTS on été comparés aux faits obtenus avec le filtre HP sur les mêmes séries (Backus et Kehoe, 1992). Ceci a permis de mettre en évidence des différences de résultats assez intéressants. Ainsi, on trouve la consommation moins volatile que le PIB avec MTS, ce qui correspond assez bien à l'hypothèse du cycle de vie et à la théorie du revenu permanent. On a également montré que le filtre HP forçait une partie des changements structurels économiques dans l'élément représentant les fluctuations de court terme, comme avec l'investissement, faussant ainsi l'appréciation de la volatilité. Enfin, du côté nominal, on a souligné l'opposition de phase des prix avec le produit, cohérente avec les nouveaux développements théoriques du cycle d'affaires.

Il reste maintenant à établir un ensemble de faits stylisés pour un large groupe de pays afin, non seulement de confirmer ces premiers résultats, mais également de caractériser les fluctuations économiques qui pourront ensuite servir de référence pour tester les nouveaux développements théoriques.

De plus les possibilités d'application de la méthode MTS sont multiples. En particulier, on peut penser aux problèmes nécessitant l'estimation d'un composant non observé, tel que le progrès technique ou le revenu permanent.

**BIBLIOGRAPHIE**

- Allard P, 1994, « Un repérage des cycles du PIB en France depuis l'Après-Guerre », *Economie et Prévision*, N°112, P 19-34.
- Backus D. et P. Kehoe, 1992, « International Evidence on the Historical Properties of Business Cycles », *American Economic Review*, vol.82, 4, 864-888.
- Blanchard O. et S. Fischer, 1989, « Lectures in Macroeconomics », MIT Press, Cambridge.
- Boone L. et S.G.Hall, 1995a, « Signal Extraction and Estimation of a Trend: A Monte Carlo Study », Centre for Economic Forecasting, London Business School, DP N°. 36-95
- Boone L. et S.G.Hall, 1995b, « Stylized Facts of the Business Cycles Revisited: A Modelling Approach », Centre for Economic Forecasting, London Business School, DP N°. 32-95
- Boone L., 1995, "An Assessment of trend Extraction Techniques: Application to Time Series Decomposition of Business Cycle and Estimation of Endogenous Technical Progress" PhD Thesis.
- Brown R.G., 1963, *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.Y.
- Chateau J. et P-Y Hénin, 1994, « Ecart Conjoncturels et Croissance dans six Economies de l'OCDE », *Economie et Prévision*, N° 112, P 1-18.
- Christodoulakis N., Dimelis P.S. and T. Kollintzas, 1995, « Comparisons of Business cycles in the EC: Idiosyncracies and Regularities », *Economica* 62, 1-27.
- Cogley T. et J.M. Nason, 1995, « Effects of the HP filter on Trend and Difference Stationary Time Series: Implications for Business cycle Research », *Journal of Economic Dynamic and Control* 19, P.253-278.
- Cooley T.F. et L. Ohanian, 1991, « The Cyclical Behaviour of Prices », *Journal of Monetary Economics* 28, 25-60.
- Danthine J.P. et J.B. Donaldson, 1993, « Methodological and Empirical Issues in Real Business Cycle Theory », *European Economic Review* 33, 31-50.
- Fayolle J. et A. Mathis, 1993, « Tendances et Cycles Stochastiques dans les pays du G7 », document présenté au colloque AFSE, septembre

Fiorito R. et T. Kollintzas, 1994, « Stylized Facts of the Business Cycles in the G7 from a Real Business Cycles Perspective », *European Economic Review* 38, 235-269.

Harvey A. and A. Jaeger, 1993, « Detrending, stylized Facts and the Business Cycle », *Journal of Applied Econometrics* 8, 231-249.

Hodrick R.J. et E.C. Prescott, 1980, « Post-War U.S Business Cycle: An Empirical Investigation », *Mimeo*, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.

King R. et S. Rebelo, 1993, « Low Frequency Filtering and Real Business Cycles », *Journal of Economic Dynamic and Control*, vol.17, 207-231.

Lucas R.E.Jr., 1977, « Understanding Business Cycles », in *Stabilization of the domestic and International Economy*, eds. K. Brunner and A.H. Meltzer, North Holland, Amsterdam.

Romer P., 1983, « Dynamic Competitive Equilibria with Externalities, Increasing Returns and Unbounded Growth », Unpublished PhD. Dissertation (University of Chicago, Chicago, IL.)

Romer P., 1986, « Is the Stabilization of the Post-War Economy a Figment of the Data », *American Economic Review* 76, 314-334.

Taylor J., 1986, « Improvements in Macroeconomic Stability : The Role of Wages and Prices » in Eds. R.Gordon, *The American Business Cycle: Continuity and Change*, University of Chicago Press, 639-659.

Tobin J., 1980, *Asset Accumulation and Economic Activity*, Chicago: University of Chicago Press.

Wickens M.R., 1995, « Trend Extraction: A Practitioner's Guide », *Government Economic Service Working Paper N) 125*, UK.

**ANNEXE A: FILTRE DE KALMAN**

Le filtre de Kalman se compose d'un ensemble d'équations dites de prédiction et de mise à jour. On reprend les mêmes notations que dans le texte principal.

Les équations de prédiction permettent de construire l'estimateur optimal ( $a_{t|t-1}$ ) de  $\mu_t$ , à la date  $t$ , compte tenu des informations disponibles en  $t-1$ :

$$a_{t|t-1} = a_{t-1} + c_t$$

avec une matrice de variance/covariance des erreurs d'estimation

$$P_{t|t-1} = P_{t-1} + Q_t$$

pour  $t=1, \dots, T$ .

Lorsque une information nouvelle devient disponible au temps  $t$ , il est possible de mettre à jour ces estimations, ce qui est fait dans les équations de mise à jour:

$$a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} F_t^{-1} (y_t - a_{t|t-1} - D_t)$$

et:

$$P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} F_t^{-1} P'_{t|t-1}$$

avec:

$$F_t = P_{t|t-1} + H_t$$

et  $H_t$  est la variance des erreurs de l'équation de mesure (normalisée à un dans le reste de l'exposé).

Supposant que les erreurs et les variables d'état initiales ont des distributions normales, la fonction de vraisemblance est alors proportionnelle à

$$\log L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t F_t^{-1} v_t$$

avec  $v_t = y_t - y_{t|t-1}$  pour  $t=1, \dots, T$

et  $y_{t|t-1} = a_{t|t-1} - D_t$

Il ne reste alors plus qu'à choisir un algorithme pour en trouver le maximum.

**ANNEXE B: CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DE LA DECOMPOSITION DES VARIABLES**

	Muettes dans l'équation de transition	Muettes dans l'équation de mesure	Sous-périodes	Taux de croissance %	Variabilité absolue
PIB	1918-22	aucune	1874-1917 1917-21 1921-43 1943-48 1948-86	1.83 -5.19 2.47 -0.98 2.55	0.17
Consommation	1915-21 1945-47	aucune	1874-1913 1914-21 1921-37 1937-45 1945-86	1.68 -0.96 1.75 0.60 2.06	0.087
Investissement	1896-99 1906-09 1912-16 1938-45	aucune	1874-1914 1914-53 1953-72 1972-86	0.40 3.30 4.57 1.02	7.06
Dépenses publiques	1914-20 1931-48	1920-37	1874-1908 1908-23 1923-86	3.45 -0.96 2.84	4.93
Prix	aucune	1918-46	1874-1912 1913-46 1947-70 1971-86	-0.19 2.26 5.59 9.24	1.81
Monnaie	aucune	1914-20 1941-44 1970-74	1880-1912 1913-20 1921-26 1927-37 1938-47 1948-68 1969-75	1.66 13.02 -1.52 1.66 10.13 1.66 14.6	0.43

**Liste des documents de travail du CEPII<sup>12</sup>**

**1997**

- "Looking for French Monetary Policy", Benoît Mojon *document de travail n° 97-10*, juin.
- "Incertitude sur le choix du modèle et rationalité", Pierre Villa, *document de travail n° 97-09*, mai.
- "Quel est l'impact du commerce extérieur sur la productivité et l'emploi?", Olivier Cortes, Sébastien Jean, *document de travail n° 97-08*, avril.
- "Trade Patterns Inside the Single Market" Lionel Fontagné, Michael Freudenberg & Nicolas Péridy, *document de travail n° 97-07*, avril.
- "The Exchange Rate Policy of the Euro: A Matter of Size", Philippe Martin, *document de travail n° 97-06*, avril.
- "Ces taux de change réels qui bifurquent", Pierre Villa, *document de travail n° 97-05*, avril.
- "Chômage non-qualifié et imitation: les raisons d'un accord international sur la propriété intellectuelle", Lionel Fontagné & Jean-Louis Guérin *document de travail n° 97-04*, mars.
- "Symmetry and Asymmetry of Supply and Demand Shocks in the European Union a Dynamic Analysis", Laurence Boone *document de travail n° 97-03*, février.
- "Interest Rates in East Asian Countries: Internal Financial Structures and International Linkages", Isabelle Bensidoun, Virginie Coudert et Laurence Nayman, *document de travail n° 97-02*, janvier.
- "Intra-Industry Trade: Methodological Issues Reconsidered", Lionel Fontagné, Michael Freudenberg, *document de travail n° 97-01*, janvier. (épuisé)

**1996**

- "The Cost of Fiscal Retrenchment Revisited: How Strong is the Evidence?", Philippine Cour, Eric Dubois, Selma Mahfouz & Jean Pisani-Ferry, *document de travail n° 96-16*, décembre.
- "Les dynamiques sectorielles de la croissance en Europe centrale", Françoise Lemoine, *document de travail 96-15*, décembre.

---

<sup>12</sup> Les documents de travail sont diffusés gratuitement sur demande dans la mesure des stocks disponibles. Merci d'adresser votre demande au CEPII, Sylvie Hurion, 9 rue Georges Pitard, 75015 Paris ou par fax 01.53.68.55.03.

"Growth and Agglomeration", Philippe Martin & Gianmarco I.P. Ottaviano, *document de travail n° 96-14*, décembre.

"La coordination interne et externe des politiques économiques : une analyse dynamique", Fabrice Capoen et Pierre Villa, *document de travail n°96-13*, décembre.

"L'intégration asymétrique au sein du continent américain : un essai de modélisation", Philippine Cour et Frédéric Rupprecht, *document de travail n°96-12*, octobre.

"Croissance et contrainte financière dans les PED", Pierre Villa, *document de travail n° 96-11*, octobre.

"Bulgaria From Entreprise Indiscipline to Financial Crisis", Roumen Avramov et Jérôme Sgard, *document de travail n° 96-10*, juillet.

"Potentialities and Opportunities of the Euro as an International Currency", Agnès Bénassy-Quéré, *document de travail n° 96-09*, août.

"Credit Crisis and the Role of Banks During Transition: a Five-Country Comparison", Jérôme Sgard, *document de travail n° 96-08*, août.

"Exchange Rate Regimes and Policies in Asia", Agnès Bénassy-Quéré, *document de travail n° 96-07*, juillet.

"France in the Early Depression of the Thirties", Pierre Villa, *document de travail n° 96-06*, juillet.

"Pays émergents, emploi defficent ?", Olivier Cortès et Sébastien Jean, *document de travail n° 96-05*, mars.

"Trade with Emerging Countries and the Labor Market: the French Case", Olivier Cortès, Sébastien Jean et Jean Pisani-Ferry, *document de travail n°96-04*, mars.

"The Transmission of Monetary policy in the European Countries", Fernando Barran, Virginie Coudert et Benoit Mojon, *document de travail n°96-03*, février.

"Trade Policy and Trade Patterns During Transition: A Comparison Between China and CEECs", Françoise Lemoine, *document de travail n° 96-02* février.

"Financial Markets Failures and Systemic Risk", Michel Aglietta, *document de travail n° 96-01*, janvier

**1995**

"Why NAFTA Might be Discriminatory", Lionel Fontagné, *document de travail n° 95-12*, décembre.

"Régionalisation et échanges de biens intermédiaires", Lionel Fontagné, Michael Freudenberg et Deniz Ünal-Kesenci, *document de travail n° 95-11*, décembre.

"The Geography of Multi-speed Europe", Philippe Martin et Gianmarco I.P. Ottaviano, *document de travail n° 95-10* novembre.

"The Political Economy of French Policy and the Transmission to EMU", Christian de Boissieu et Jean Pisani-Ferry, *document de travail n° 95-09* octobre (épuisé).

"L'importance des exclus de l'intégration monétaire en Europe", Philippe Martin, *document de travail n° 95-08* novembre.

"Asymétries financières en Europe et transmission de la politique monétaire", Virginie Coudert et Benoit Mojon, *document de travail n° 95-07* septembre (épuisé).

"La mesure du capital éducatif", Pierre villa, *document de travail n°95-06*, septembre.

"Capital humain, mobilité des capitaux et commerce international", Pierre Villa, *document de travail n° 95-05*, juin.

"L'Europe à géométrie variable : une analyse économique", Jean Pisani-Ferry, *document de travail n° 95-04*, avril.

"Comparaison de l'efficacité énergétique des pays d'Europe centrale et orientale avec celle des pays de l'OCDE", Nina Kounetzoff, *document de travail n°95-03*, mars.

"L'organisation de la politique économique dans un cadre stratégique", Pierre Villa, *document de travail n°95-02*, mars.

"Interest Rates, Banking, Spreads and Credit Supply: The Real Effects", Fernando Barran, Virginie Coudert, Benoît Mojon, *document de travail n°95-01*, mars.